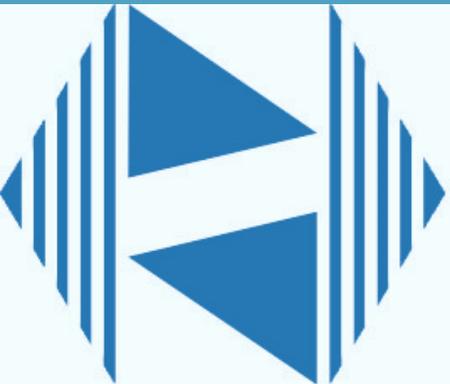
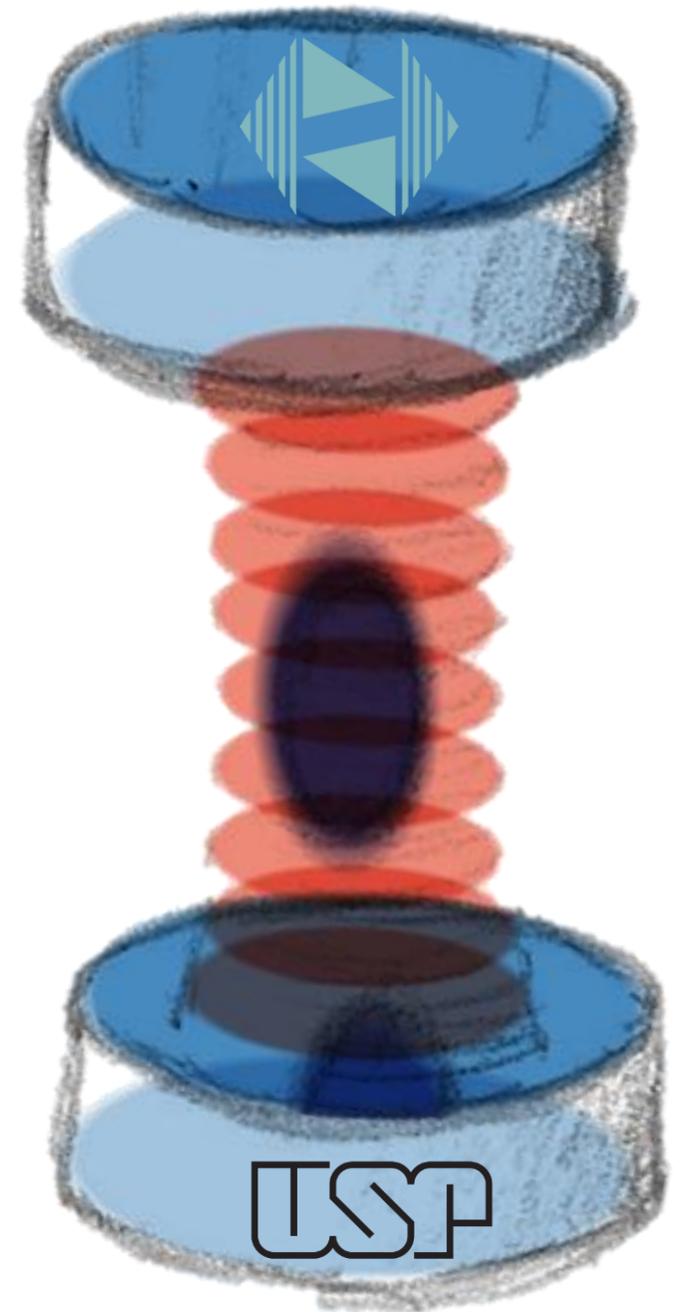


O Modelo de Jaynes-Cummings.

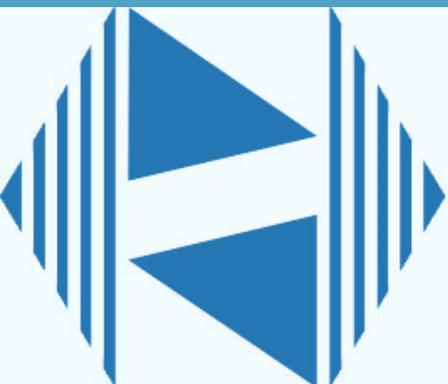


IFSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO
Instituto de Física de São Carlos

Seminário apresentado na disciplina de pós-graduação em Física Teórica e Experimental do **Instituto de Física de São Carlos** da **Universidade de São Paulo**:
SFI-5814 **Física Atômica e Molecular** ministrada pelo Prof. Dr. Philippe Wilhelm Courteille

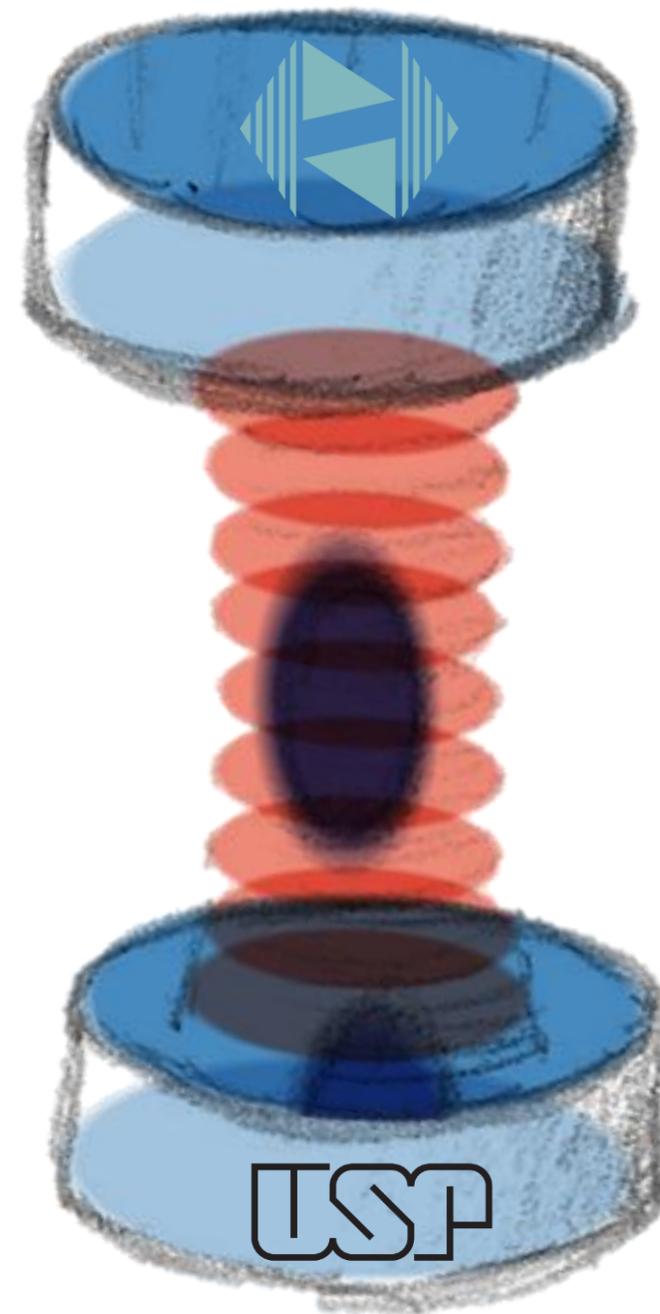


O Modelo de Jaynes-Cummings.

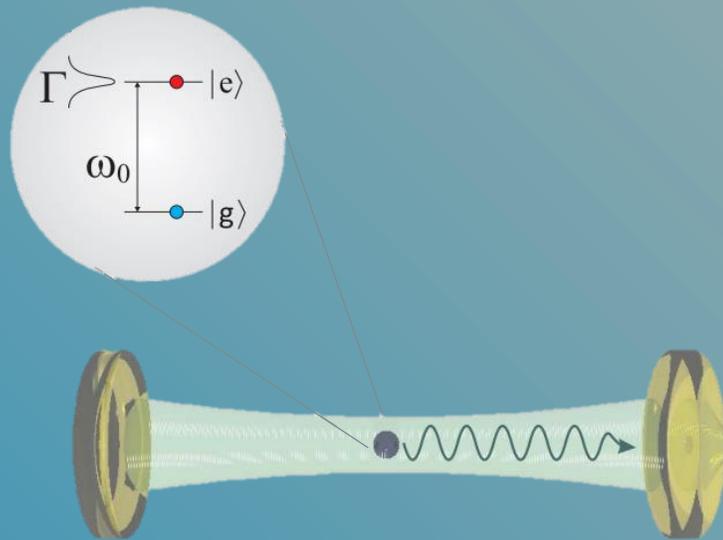


IFSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO
Instituto de Física de São Carlos

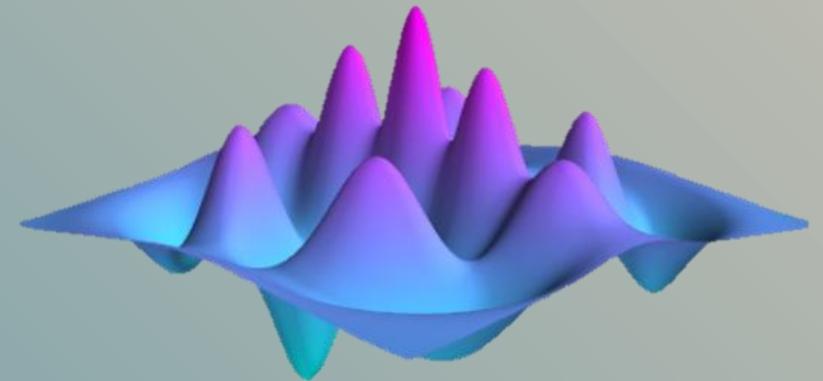
Presentado por:
José Yitzhak Aarón Chacaliza Ricaldi
Nro. USP: 12617445
jchacaliza@usp.br



Seção Teórica



Seção Prática



QuTip: Quantum Toolbox in Python

1

INTRODUÇÃO

Estado do arte do modelo de Jaynes-Cummings

2

FUNDAMENTOS TEORICOS

Mecânica Quântica do modelo de Jaynes-Cummings

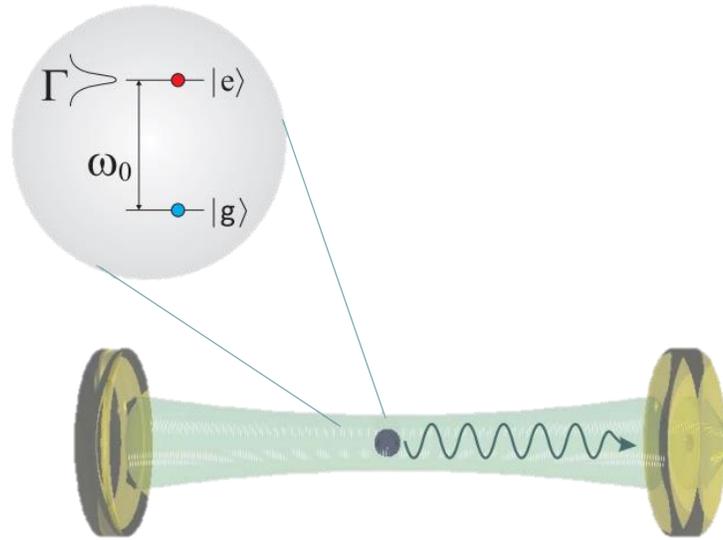
3

O MODELO DE JAYNES-CUMMINNS NO *QuTiP*

Uso do Python para o melhor entendimento do modelo de Jaynes-Cummings

4

Conclusões



Seção Teórica

Comparison of Quantum and Semiclassical Radiation Theories with Application to the Beam Maser*

E. T. JAYNES† AND F. W. CUMMINGS‡

Summary—This paper has two purposes: 1) to clarify the relationship between the quantum theory of radiation, where the electromagnetic field-expansion coefficients satisfy commutation relations, and the semiclassical theory, where the electromagnetic field is considered as a definite function of time rather than as an operator; and 2) to apply some of the results in a study of amplitude and frequency stability in a molecular beam maser.

In 1), it is shown that the semiclassical theory, when extended to take into account both the effect of the field on the molecules and the effect of the molecules on the field, reproduces almost quantitatively the same laws of energy exchange and coherence properties as

the quantized field theory, even in the limit of one or a few quanta in the field mode. In particular, the semiclassical theory is shown to lead to a prediction of spontaneous emission, with the same decay rate as given by quantum electrodynamics, described by the Einstein A coefficients.

In 2), the semiclassical theory is applied to the molecular beam maser. Equilibrium amplitude and frequency of oscillation are obtained for an arbitrary velocity distribution of focused molecules, generalizing the results obtained previously by Gordon, Zeiger, and Townes for a single-velocity beam, and by Lamb and Helmer for a Maxwellian beam. A somewhat surprising result is obtained; which is that the measurable properties of the maser, such as starting current, effective molecular Q , etc., depend mostly on the slowest 5 to 10 per cent of the molecules.

Next we calculate the effect of amplitude and frequency of oscillation, of small systematic perturbations. We obtain a prediction

* Received September 28, 1962.

† Washington University, St. Louis, Mo.

‡ Aeronutronic, Division of Ford Motor Co., Newport Beach, Calif.

E.T. Jaynes ; F.W. Cummings

3720
Paper
Citations

2
Patent
Citations

7578
Full
Text Views

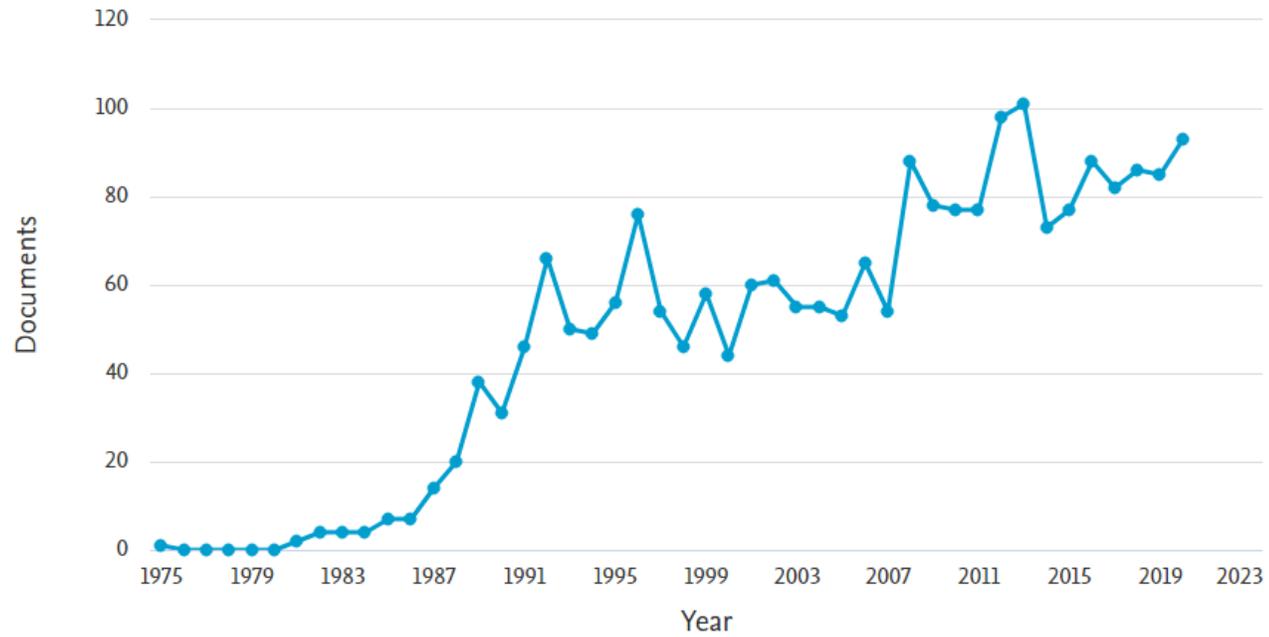
TITLE-ABS-KEY (jaynes AND cummings)

2.183 document results

Select year range to analyze: 1975 to 2020 Analyze

| Year ↓ | Documents ↑ |
|--------|-------------|
| 2020 | 93 |
| 2019 | 85 |
| 2018 | 86 |
| 2017 | 82 |
| 2016 | 88 |
| 2015 | 77 |
| 2014 | 73 |
| 2013 | 101 |
| 2012 | 98 |
| 2011 | 77 |

Documents by year



EDITORIAL

Fifty years of Jaynes–Cummings physics

Andrew D Greentree
*Applied Physics, School of
Applied Sciences,
RMIT University,
Victoria 3001, Australia*

Jens Koch
*Department of Physics
and Astronomy,
Northwestern University,
Evanston, IL 60208, USA*

Jonas Larson
*Department of Physics,
Stockholm University,
AlbaNova University
Center, SE-10691
Stockholm, Sweden*

This special issue commemorates the 50th anniversary of the seminal paper published by E T Jaynes and F W Cummings [1], the fundamental model which they introduced and now carries their names, and celebrates the remarkable host of exciting research on Jaynes–Cummings physics throughout the last five decades.

The Jaynes–Cummings model has been taking the prominent stance as the ‘hydrogen atom of quantum optics’ [2]. Generally speaking, it provides a fundamental quantum description of the simplest form of coherent radiation–matter interaction. The Jaynes–Cummings model describes the interaction between a single electromagnetic mode confined to a cavity, and a two-level atom. Energy is exchanged between the field and the atom, which leads directly to coherent population oscillations (Rabi oscillations) and superposition states (dressed states). Being exactly solvable, the Jaynes–Cummings model serves as a most useful toy model, and as such it is a textbook example of the physicists’ popular strategy of simplifying a complex problem to its most elementary constituents.

Thanks to the simplicity of the Jaynes–Cummings model, this caricature of coherent light–matter interactions has never lost its appeal. The Jaynes–Cummings model is essential when discussing experiments in quantum electrodynamics (indeed the experimental

[1] Greentree, Koch & Larson, 2013.
<https://doi.org/10.1088/0953-4075/46/22/220201>



2012 NOBEL PRIZE IN PHYSICS

Serge Haroche &
David J. Wineland



| | | | | |
|------|---|----------------|--|--|
| 2012 |  | Serge Haroche |  Francia | «por la medida y manipulación de sistemas cuánticos individuales». |
| |  | David Wineland |  Estados Unidos | |



2012 NOBEL PRIZE
IN PHYSICS

Serge Haroche &
David J. Wineland



PHYSICAL REVIEW

VOLUME 170, NUMBER 2

10 JUNE 1968

**Exact Solution for an N -Molecule–Radiation-Field
Hamiltonian**

MICHAEL TAVIS AND FREDERICK W. CUMMINGS

University of California, Riverside, California

(Received 8 December 1967)

The exact solution for a problem of N identical two-level molecules interacting through a dipole coupling with a single-mode quantized radiation field at resonance is given. Approximate expressions for the eigenvectors and eigenvalues for the ground and low-lying excited states, as well as the most highly excited states, are developed and compared with the exact results.

«... solución de sistemas cuánticos individuales».



2012 NOBEL PRIZE
IN PHYSICS
Serge Haroche &
David J. Wineland



PHYSICAL REVIEW

VOLUME 170, NUMBER 2

10 JUNE 1968

**Exact Solution for an N -Molecule–Radiation-Field
Hamiltonian**

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 188, NUMBER 2

10 DECEMBER 1969

Approximate Solutions for an N -Molecule–Radiation-Field Hamiltonian

MICHAEL TAVIS* AND FREDERICK W. CUMMINGS

Department of Physics, University of California, Riverside, California 92507

(Received 26 May 1969)

Three approximation schemes are discussed and compared with the exact solutions for a Hamiltonian describing the interaction of a single-mode quantized radiation field and N two-level "molecules," each resonant with the mode frequency. In particular, the approximation of treating the molecules as uncorrelated is found to be accurate when the system energy is several times larger than the cooperation number of the molecular system.

The exact
with a sing
vectors an
states, are

«áticos individuales».



2012 NOBEL PRIZE
IN PHYSICS
Serge Haroche &
David J. Wineland



PHYSICAL REVIEW

VOLUME 170, NUMBER 2

10 JUNE 1968

Exact Solution for an N -Molecule–Radiation-Field
Hamiltonian

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 188, NUMBER 2

10 DECEMBER 1969

Approximate Solutions for an N -Molecule–Radiation-Field Hamiltonian

The exact
with a sing
vectors an
states, are

Three
describ
resonan
related
of the

naturephysics

Published: 26 November 2006

**Strongly interacting polaritons in coupled arrays of
cavities**

Michael J. Hartmann , Fernando G. S. L. Brandão & Martin B. Plenio 

Nature Physics **2**, 849–855 (2006) | [Cite this article](#)

5027 Accesses | 728 Citations | 12 Altmetric | [Metrics](#)

«átomos individuais».



2012 NOBEL PRIZE
IN PHYSICS
Serge Haroche &
David J. Wineland



PHYSICAL REVIEW VOLUME 170, NUMBER 2 10 JUNE 1968

Exact Solution for an N -Molecule–Radiation-Field Hamiltonian

PHYSICAL REVIEW VOLUME 188, NUMBER 2 10 DECEMBER 1969

Approximate Solutions for an N -Molecule–Radiation-Field Hamiltonian

nature physics
Published: 26 November 2006

Strongly interacting polaritons in coupled arrays of cavities

Michael J. Hartmann , Federico Capasso, and Sandro Longhi

Nature Physics **2**, 849–855 (2006) | [View article](#)

5027 Accesses | 728 Citations

nature physics
Published: 26 November 2006

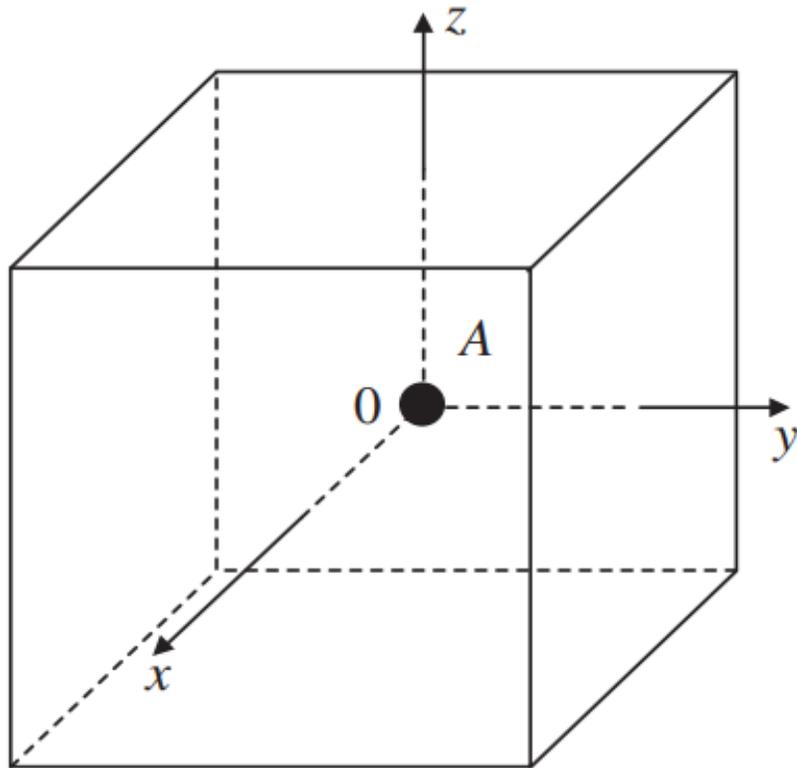
Quantum phase transitions of light

Andrew D. Greentree , Charles Tahan, Jared H. Cole & Lloyd C. L. Hollenberg

Nature Physics **2**, 856–861 (2006) | [View article](#)

4693 Accesses | 573 Citations | 15 Altmetric | [Metrics](#)

Cavity Quantum Electrodynamics – QED

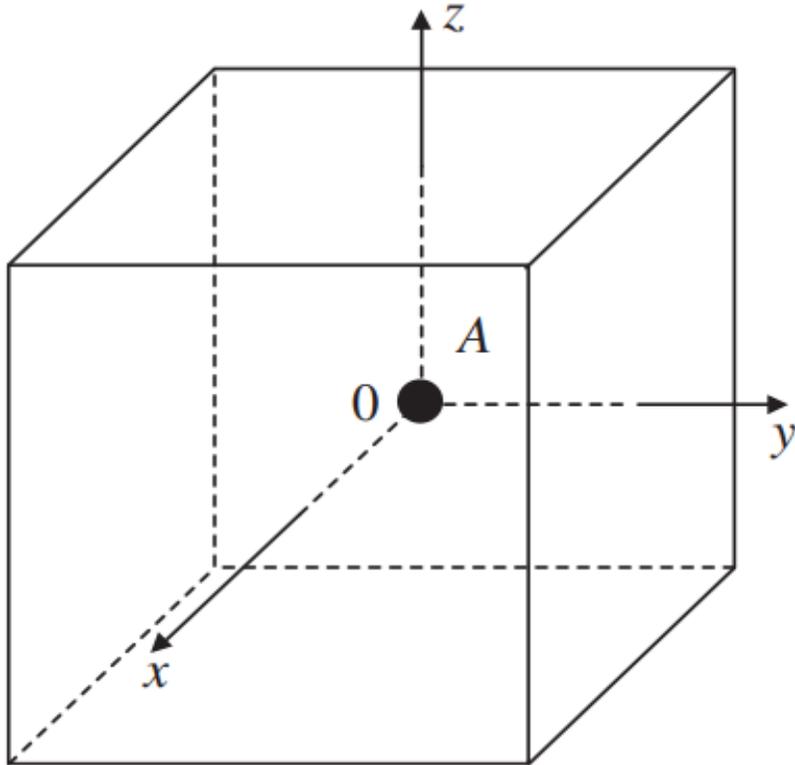


Sistema composto por um átomo em repouso de dois níveis no origem de coordenadas encerradas em uma cavidade cúbica de volume V com paredes perfeitamente refletoras.

Átomo confinado numa cavidade

Para a geometria cúbica da Figura, os modos correspondem a ondas estacionárias planas paralelas aos eixos cartesianos e as frequências permitidas são determinadas pelo requisito de que o campo deve desaparecer nas paredes limites.

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Sistema composto por um átomo em repouso de dois níveis no origem de coordenadas encerradas em uma cavidade cúbica de volume V com paredes perfeitamente refletoras.

Átomo confinado numa cavidade

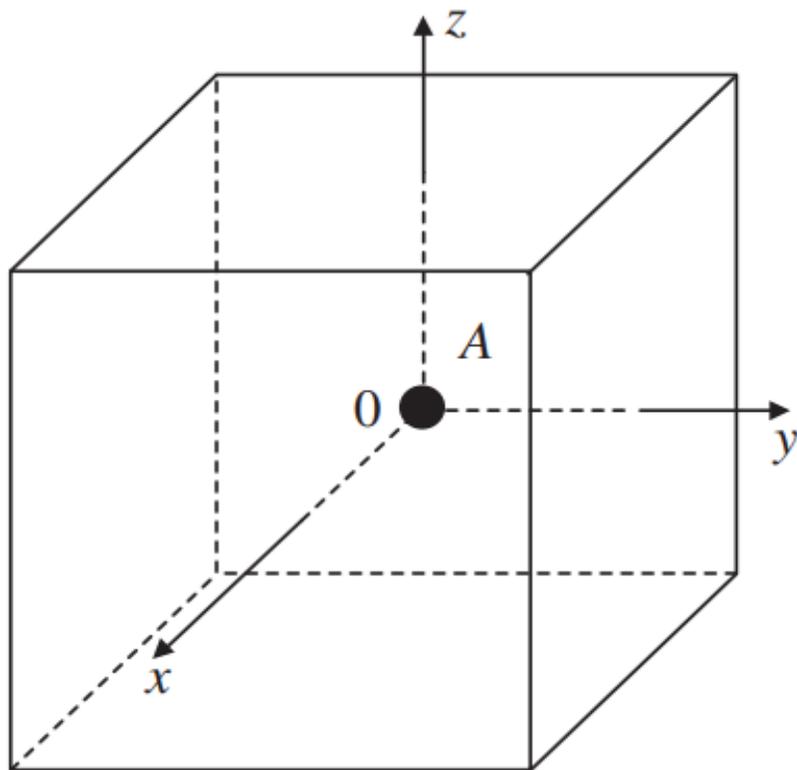
Para a geometria cúbica da Figura, os modos correspondem a ondas estacionárias planas paralelas aos eixos cartesianos e as frequências permitidas são determinadas pelo requisito de que o campo deve desaparecer nas paredes limites.

Um modo que é quase ressonante com a transição do estado fundamental

$$|f\rangle \rightarrow |e\rangle$$

Frequência de Bohr: ω_0

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Sistema composto por um átomo em repouso de dois níveis no origem de coordenadas encerradas em uma cavidade cúbica de volume V com paredes perfeitamente refletoras.

Átomo confinado numa cavidade

Para a geometria cúbica da Figura, os modos correspondem a ondas estacionárias planas paralelas aos eixos cartesianos e as frequências permitidas são determinadas pelo requisito de que o campo deve desaparecer nas paredes limites.

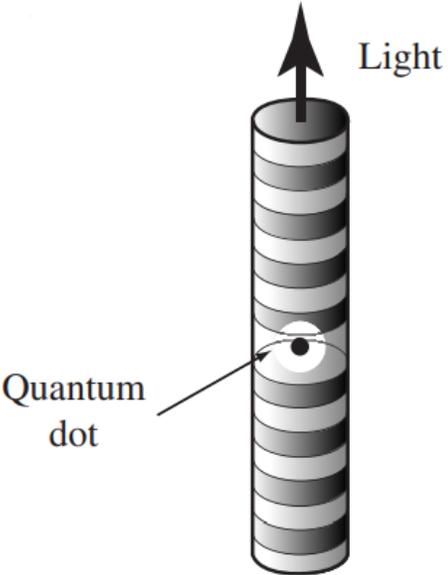
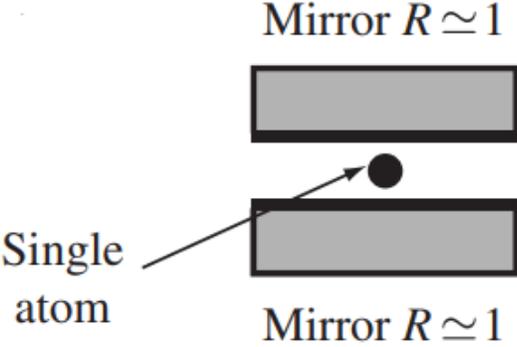
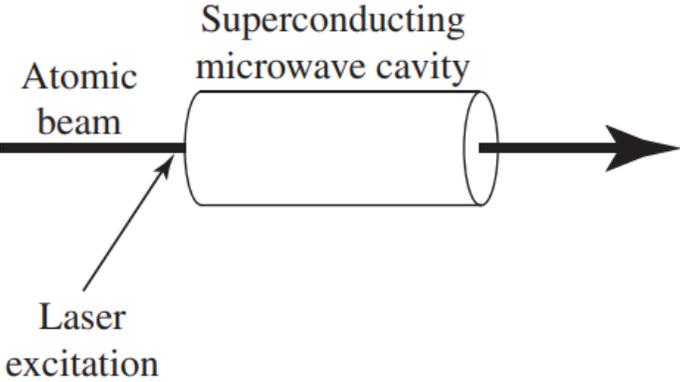
Um modo que é quase ressonante com a transição do estado fundamental

$$|g\rangle \rightarrow |e\rangle$$

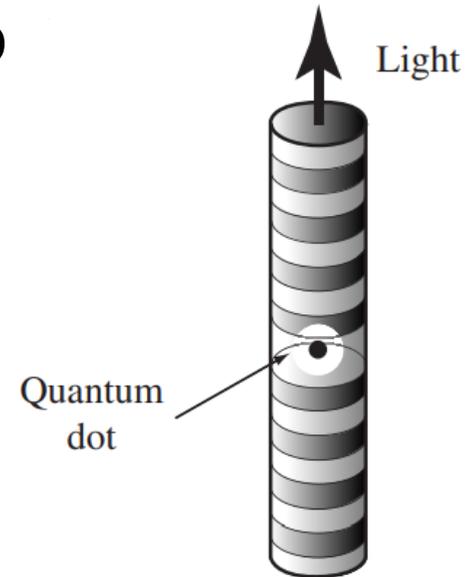
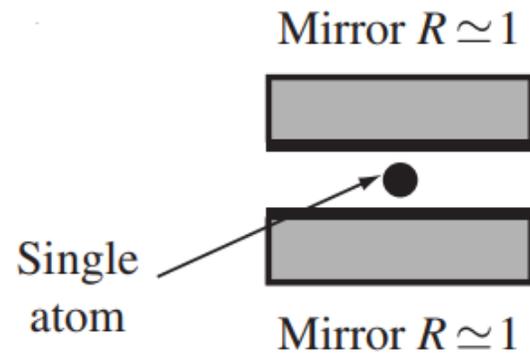
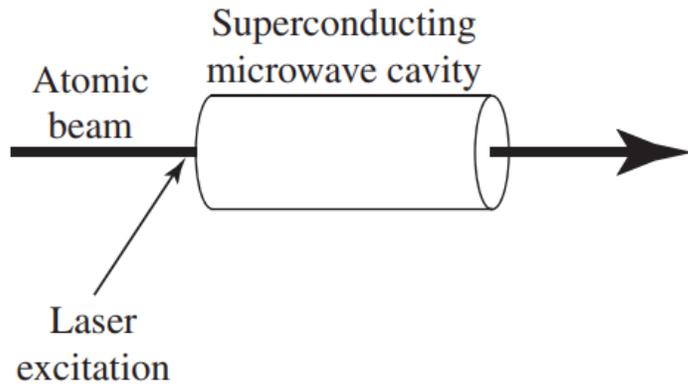
Frequência de Bohr: ω_0

Portanto, para determinar a evolução do sistema, precisamos apenas considerar o subsistema composto pelo átomo de dois níveis com os estados $|g\rangle$ e $|e\rangle$ acoplados a um único modo do campo de radiação.

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Cavidade Supercondutora

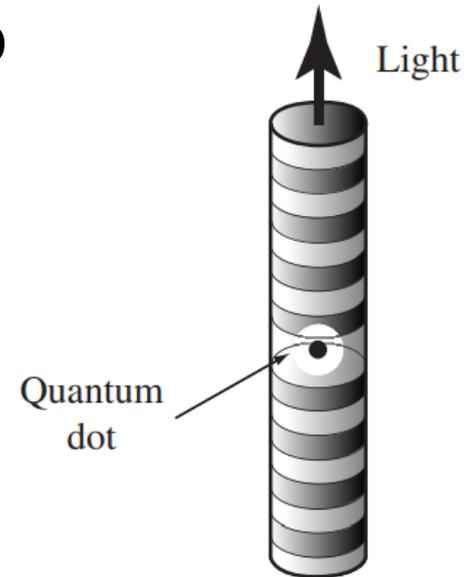
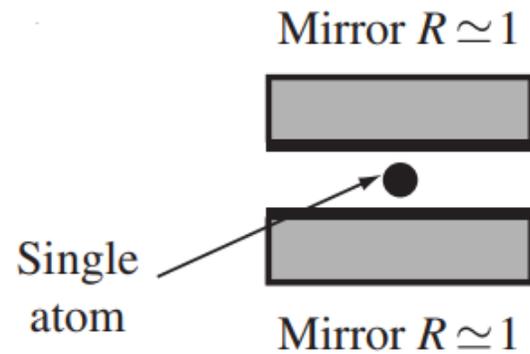
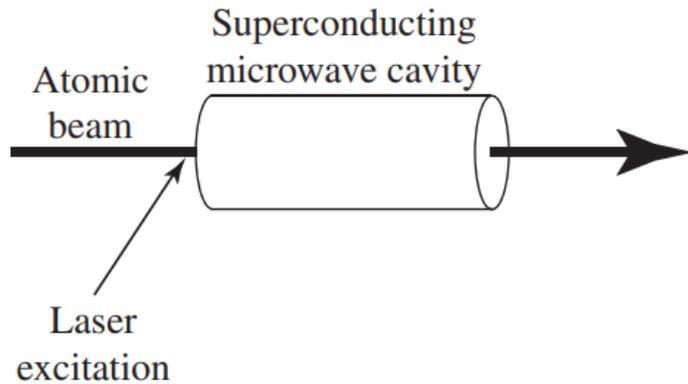
Uma cavidade com dimensões da ordem de 1 cm formada de metal supercondutor pode ser usada. Seus modos próprios têm frequências não inferiores a algumas dezenas de GHz.

Pequenos orifícios nas paredes da cavidade permitem a passagem de um feixe de átomos preparados em um estado altamente excitado (*Rydberg*).

Cavidade de Fabry-Perot

Cavidade de Espelhos de Bragg

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Cavidade Supercondutora

Uma cavidade com dimensões da ordem de 1 cm formada de metal supercondutor pode ser usada. Seus modos próprios têm frequências não inferiores a algumas dezenas de GHz.

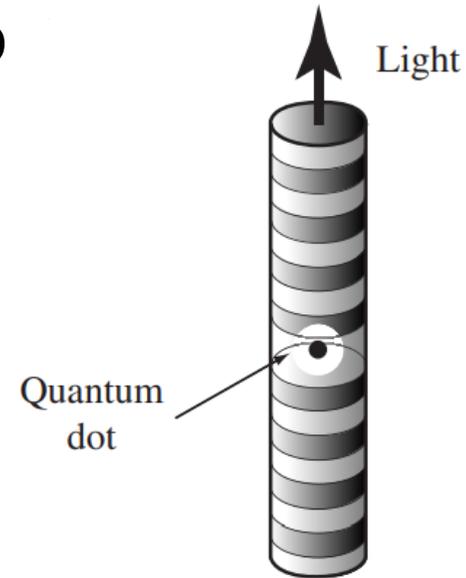
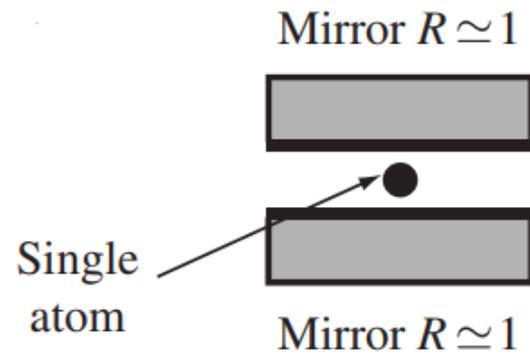
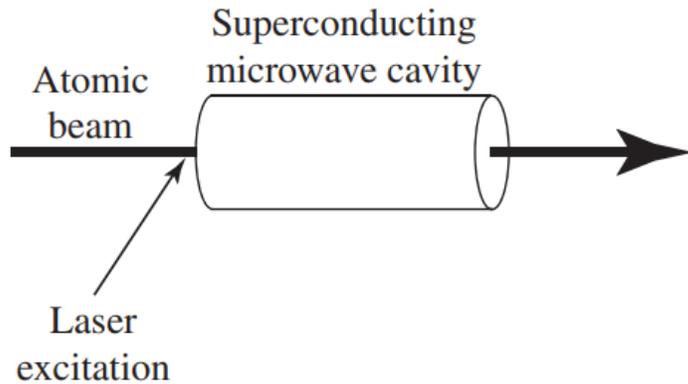
Pequenos orifícios nas paredes da cavidade permitem a passagem de um feixe de átomos preparados em um estado altamente excitado (*Rydberg*).

Assim, um modo de cavidade é quase ressonante com uma transição entre níveis com número quântico principal n e $n + 1$ com n na ordem de 50, correspondendo a uma frequência de Bohr de cerca de 50 GHz.

Cavidade de Fabry-Perot

Cavidade de Espelhos de Bragg

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Cavidade Supercondutora

Uma cavidade com dimensões da ordem de 1 cm formada de metal supercondutor pode ser usada. Seus modos próprios têm frequências não inferiores a algumas dezenas de GHz.

Pequenos orifícios nas paredes da cavidade permitem a passagem de um feixe de átomos preparados em um estado altamente excitado (*Rydberg*).

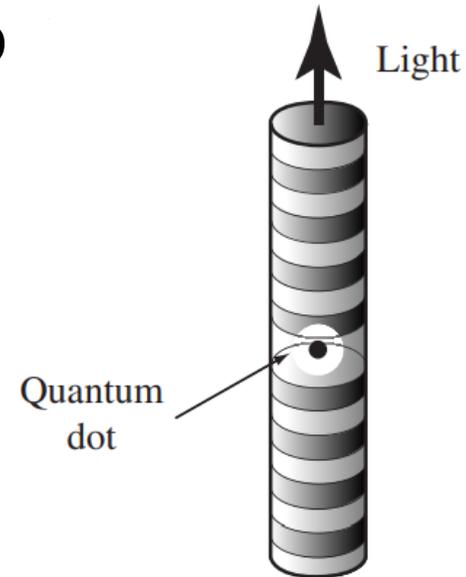
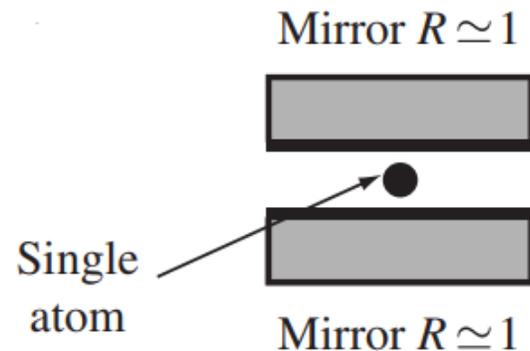
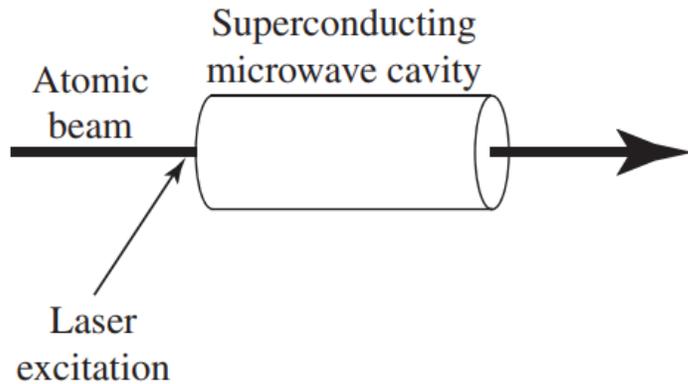
Assim, um modo de cavidade é quase ressonante com uma transição entre níveis com número quântico principal n e $n + 1$ com n na ordem de 50, correspondendo a uma frequência de Bohr de cerca de 50 GHz.

Cavidade de Fabry-Perot

Uma cavidade Fabry-Perot de menos de 1 mm composta de dois espelhos altamente reflexivos em comprimentos de onda ópticos pode ser usada.

Cavidade de Espelhos de Bragg

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Cavidade Supercondutora

Uma cavidade com dimensões da ordem de 1 cm formada de metal supercondutor pode ser usada. Seus modos próprios têm frequências não inferiores a algumas dezenas de GHz.

Pequenos orifícios nas paredes da cavidade permitem a passagem de um feixe de átomos preparados em um estado altamente excitado (*Rydberg*).

Assim, um modo de cavidade é quase ressonante com uma transição entre níveis com número quântico principal n e $n + 1$ com n na ordem de 50, correspondendo a uma frequência de Bohr de cerca de 50 GHz.

Cavidade de Fabry-Perot

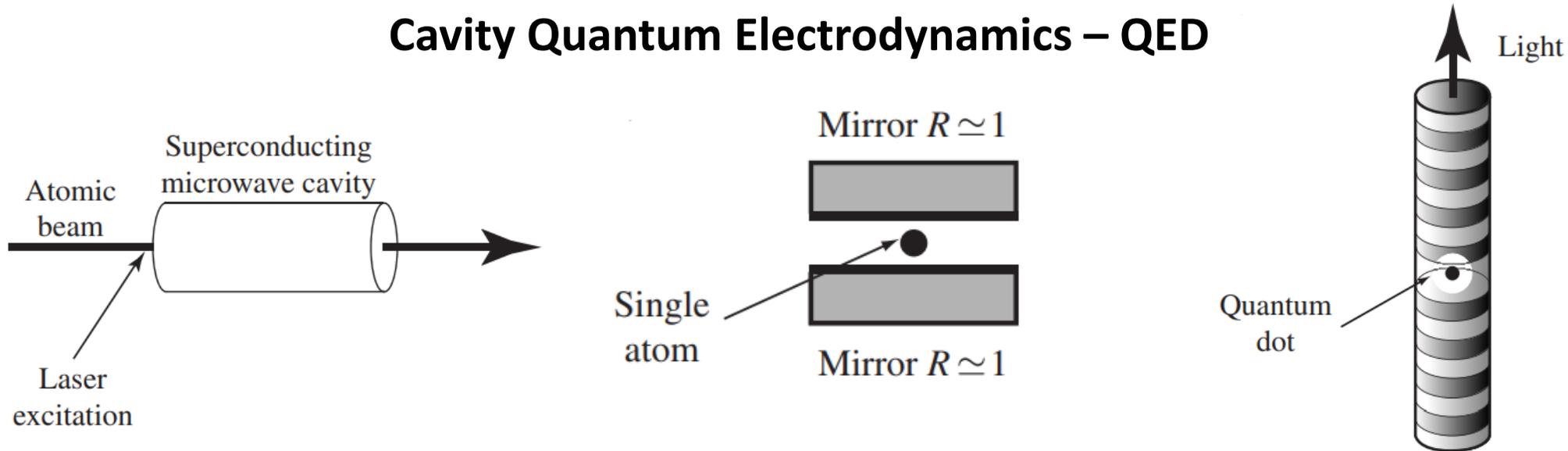
Uma cavidade Fabry-Perot de menos de 1 mm composta de dois espelhos altamente reflexivos em comprimentos de onda ópticos pode ser usada.

Um único átomo de uma amostra ultrafria pode ser colocado quase no repouso numa cavidade.

A cavidade é configurada para ter um modo de ressonância com uma transição atômica na faixa ótica.

Cavidade de Espelhos de Bragg

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Cavidade Supercondutora

Uma cavidade com dimensões da ordem de 1 cm formada de metal supercondutor pode ser usada. Seus modos próprios têm frequências não inferiores a algumas dezenas de GHz.

Pequenos orifícios nas paredes da cavidade permitem a passagem de um feixe de átomos preparados em um estado altamente excitado (*Rydberg*).

Assim, um modo de cavidade é quase ressonante com uma transição entre níveis com número quântico principal n e $n + 1$ com n na ordem de 50, correspondendo a uma frequência de Bohr de cerca de 50 GHz.

Cavidade de Fabry-Perot

Uma cavidade Fabry-Perot de menos de 1 mm composta de dois espelhos altamente reflexivos em comprimentos de onda ópticos pode ser usada.

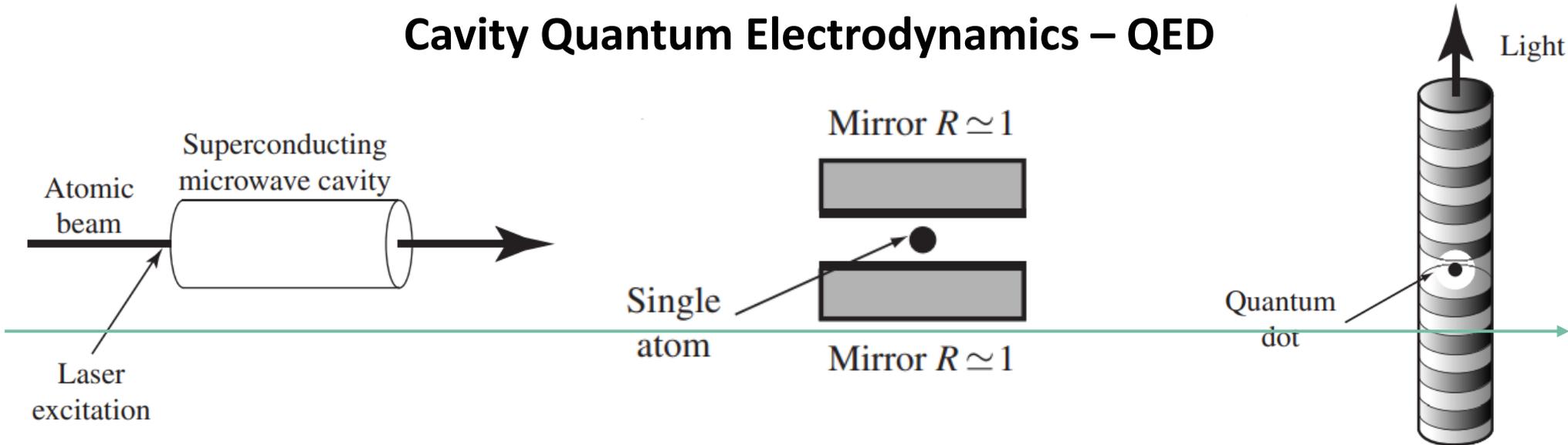
Um único átomo de uma amostra ultrafria pode ser colocado quase no repouso numa cavidade.

A cavidade é configurada para ter um modo de ressonância com uma transição atômica na faixa ótica.

Cavidade de Espelhos de Bragg

Esta opção, possibilitada por desenvolvimentos recentes em nanotecnologia, é usar técnicas epitaxiais para fazer uma microcavidade com espelhos de Bragg de alguns microns de comprimento

Cavity Quantum Electrodynamics – QED



Cavidade Supercondutora

Uma cavidade com dimensões da ordem de 1 cm formada de metal supercondutor pode ser usada. Seus modos próprios têm frequências não inferiores a algumas dezenas de GHz.

Pequenos orifícios nas paredes da cavidade permitem a passagem de um feixe de átomos preparados em um estado altamente excitado (*Rydberg*).

Assim, um modo de cavidade é quase ressonante com uma transição entre níveis com número quântico principal n e $n + 1$ com n na ordem de 50, correspondendo a uma frequência de Bohr de cerca de 50 GHz.

Cavidade de Fabry-Perot

Uma cavidade Fabry-Perot de menos de 1 mm composta de dois espelhos altamente reflexivos em comprimentos de onda ópticos pode ser usada.

Um único átomo de uma amostra ultrafria pode ser colocado quase no repouso numa cavidade.

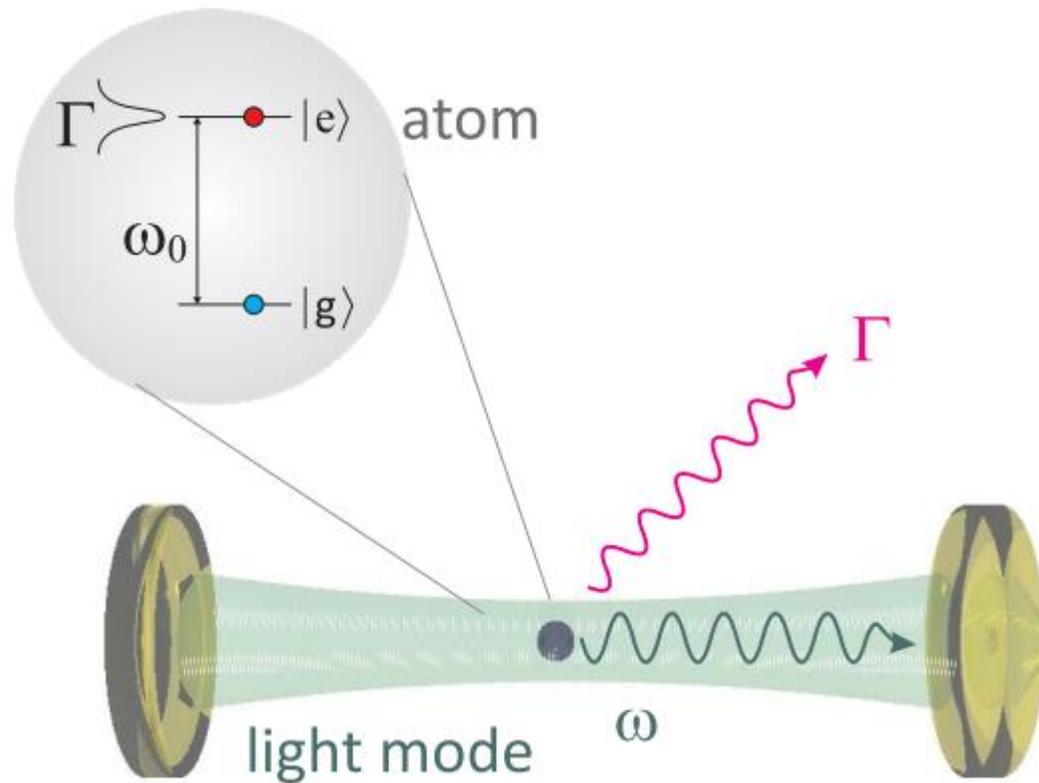
A cavidade é configurada para ter um modo de ressonância com uma transição atômica na faixa ótica.

Cavidade de Espelhos de Bragg

Esta opção, possibilitada por desenvolvimentos recentes em nanotecnologia, é usar técnicas epitaxiais para fazer uma microcavidade com espelhos de Bragg de alguns microns de comprimento

Mediante técnicas epitaxiais, se pode fazer uma microcavidade com espelhos de Bragg de alguns microns de comprimento, contendo poços quânticos ou pontos quânticos, que fornecem uma boa aproximação para sistemas de dois níveis

O modelo de Jaynes – Cummings



O modelo Jaynes-Cummings descreve a dinâmica de um único átomo revestido de dois níveis em um único modo de laser monocromático na ausência de processos de emissão espontânea.

O Hamiltoniano de Jaynes – Cummings

$$\hat{H}_T = \hat{H}_{camp} + \hat{H}_{atomo} + \hat{H}_{int}$$

hamiltoniano de campo livre

hamiltoniano de excitação atômica

hamiltoniano de interação Jaynes-Cummings

O Hamiltoniano do campo

$$\hat{H}_{campo} = \hbar\omega_c(\hat{a}^\dagger\hat{a})$$

\hbar é a constante de Planck reduzida

\hat{a}^\dagger é o operador de criação

\hat{a} é o operador de aniquilação

O Hamiltoniano do campo

$$\hat{H}_{campo} = \hbar\omega_c(\hat{a}^\dagger\hat{a})$$

\hbar é a constante de Planck reduzida

\hat{a}^\dagger é o operador de criação

\hat{a} é o operador de aniquilação

O Hamiltoniano de excitação atômica

$$\hat{H}_{atomo} = \hbar\omega_a\hat{\sigma}^+\hat{\sigma}^-$$

$\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle f|$ é o operador atômico de transição do estado fundamental $\langle f|$ ao estado excitado $|e\rangle$

$\hat{\sigma}^- = |f\rangle\langle e|$ é o operador atômico de transição do estado excitado $\langle f|$ ao estado fundamental

ω_a é a frequência de ressonância atômica

O Hamiltoniano do campo

$$\hat{H}_{campo} = \hbar\omega_c(\hat{a}^\dagger\hat{a})$$

\hbar é a constante de Planck reduzida

\hat{a}^\dagger é o operador de criação

\hat{a} é o operador de aniquilação

O Hamiltoniano de excitação atômica

$$\hat{H}_{atomo} = \hbar\omega_a\hat{\sigma}^+\hat{\sigma}^-$$

$$\hat{\sigma}_z = [\hat{\sigma}^+, \hat{\sigma}^-] = |e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|$$

$\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle f|$ é o operador atômico de transição do estado fundamental $\langle f|$ ao estado excitado $|e\rangle$

$\hat{\sigma}^- = |f\rangle\langle e|$ é o operador atômico de transição do estado excitado $\langle f|$ ao estado fundamental

ω_a é a frequência de ressonância atômica

O Hamiltoniano do campo

$$\hat{H}_{campo} = \hbar\omega_c(\hat{a}^\dagger\hat{a})$$

\hbar é a constante de Planck reduzida

\hat{a}^\dagger é o operador de criação

\hat{a} é o operador de aniquilação

O Hamiltoniano de excitação atômica

$$\hat{H}_{atomo} = \hbar\omega_a\hat{\sigma}^+\hat{\sigma}^-$$

$$\hat{\sigma}_z = [\hat{\sigma}^+, \hat{\sigma}^-] = |e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|$$

$$\hat{H}_{atomo} = \hbar\omega_a\frac{\hat{\sigma}_z}{2}$$

$\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle f|$ é o operador atômico de transição do estado fundamental $\langle f|$ ao estado excitado $|e\rangle$

$\hat{\sigma}^- = |f\rangle\langle e|$ é o operador atômico de transição do estado excitado $\langle f|$ ao estado fundamental

ω_a é a frequência de ressonância atômica

O Hamiltoniano do campo

$$\hat{H}_{campo} = \hbar\omega_c(\hat{a}^\dagger\hat{a})$$

\hbar é a constante de Planck reduzida

\hat{a}^\dagger é o operador de criação

\hat{a} é o operador de aniquilação

O Hamiltoniano de excitação atômica

$$\hat{H}_{atomo} = \hbar\omega_a\hat{\sigma}^+\hat{\sigma}^-$$

$$\hat{\sigma}_z = [\hat{\sigma}^+, \hat{\sigma}^-] = |e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|$$

$$\hat{H}_{atomo} = \hbar\omega_a\frac{\hat{\sigma}_z}{2}$$

$\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle f|$ é o operador atômico de transição do estado fundamental $\langle f|$ ao estado excitado $|e\rangle$

$\hat{\sigma}^- = |f\rangle\langle e|$ é o operador atômico de transição do estado excitado $\langle f|$ ao estado fundamental

ω_a é a frequência de ressonância atômica

O Hamiltoniano de interação

$$\hat{H}_{int} = \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{E}\hat{S}$$

$\hat{E} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$ e o operador do campo

$\hat{S} = \hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-$ e o operador de polarização

O Hamiltoniano de interação: Aproximação de Onda Giratória no modelo

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(t)$$

O Hamiltoniano de interação: Aproximação de Onda Giratória no modelo

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(t)$$

Esta quantificação nos obriga a levar em consideração um modelo puramente quântico

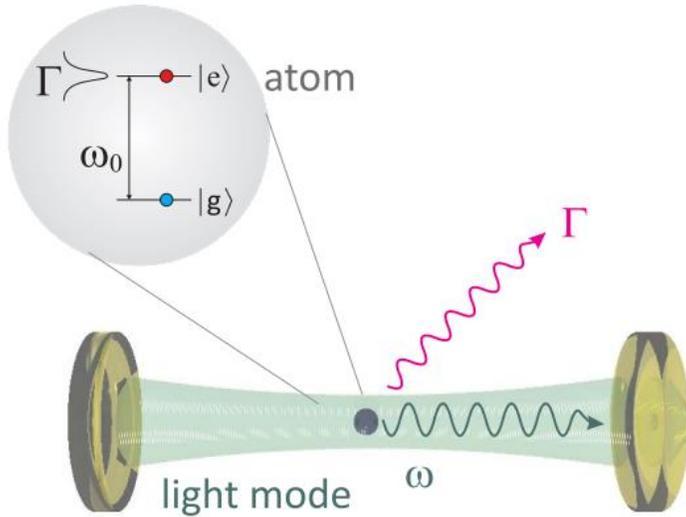
$$\mathbf{E}(t) = E_0 \cos \omega t \longleftrightarrow \hat{\mathbf{E}}$$

O Hamiltoniano de interação: Aproximação de Onda Giratória no modelo

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(t)$$

Esta quantificação nos obriga a levar em consideração um modelo puramente quântico

$$\mathbf{E}(t) = E_0 \cos \omega t \longleftrightarrow \hat{\mathbf{E}}$$



Considere que o campo não está mais se propagando livremente, mas em uma cavidade óptica.

Expresse o operador para o momento dipolar do átomo em termos de seus elementos de matriz: $\langle x | \hat{\mathbf{d}} | y \rangle$ onde x e y podem assumir os valores de $|f\rangle$ e $|e\rangle$, definemos $\hat{\mathbf{d}}_{ef} = \langle e | \hat{\mathbf{d}} | f \rangle$, então é possível escrever o operador dipolo da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{d}}_{ef} |e\rangle \langle f| + \hat{\mathbf{d}}_{ef}^* |f\rangle \langle e|$$

O átomo não tem um momento de dipolo quando está em seu próprio estado de energia, então $\langle e | \hat{\mathbf{d}} | e \rangle = \langle f | \hat{\mathbf{d}} | f \rangle = 0$

Expresse o operador para o momento dipolar do átomo em termos de seus elementos de matriz: $\langle x | \hat{\mathbf{d}} | y \rangle$ onde x e y podem assumir os valores de $|f\rangle$ e $|e\rangle$, definemos $\hat{\mathbf{d}}_{ef} = \langle e | \hat{\mathbf{d}} | f \rangle$, então é possível escrever o operador dipolo da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{d}}_{ef} |e\rangle \langle f| + \hat{\mathbf{d}}_{ef}^* |f\rangle \langle e|$$

O átomo não tem um momento de dipolo quando está em seu próprio estado de energia, então $\langle e | \hat{\mathbf{d}} | e \rangle = \langle f | \hat{\mathbf{d}} | f \rangle = 0$

$$\hat{H}_{int} = \hbar g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+ \hat{a})$$

Onde a constante $g > 0$, $\in R$ representa a intensidade do acoplamento.

Diagonalização do Hamiltoniano

$$|i, n\rangle = |f\rangle \otimes |n\rangle \text{ ou } |e\rangle \otimes |n\rangle \text{ com } i = f, e; n = 0, 1, \dots$$

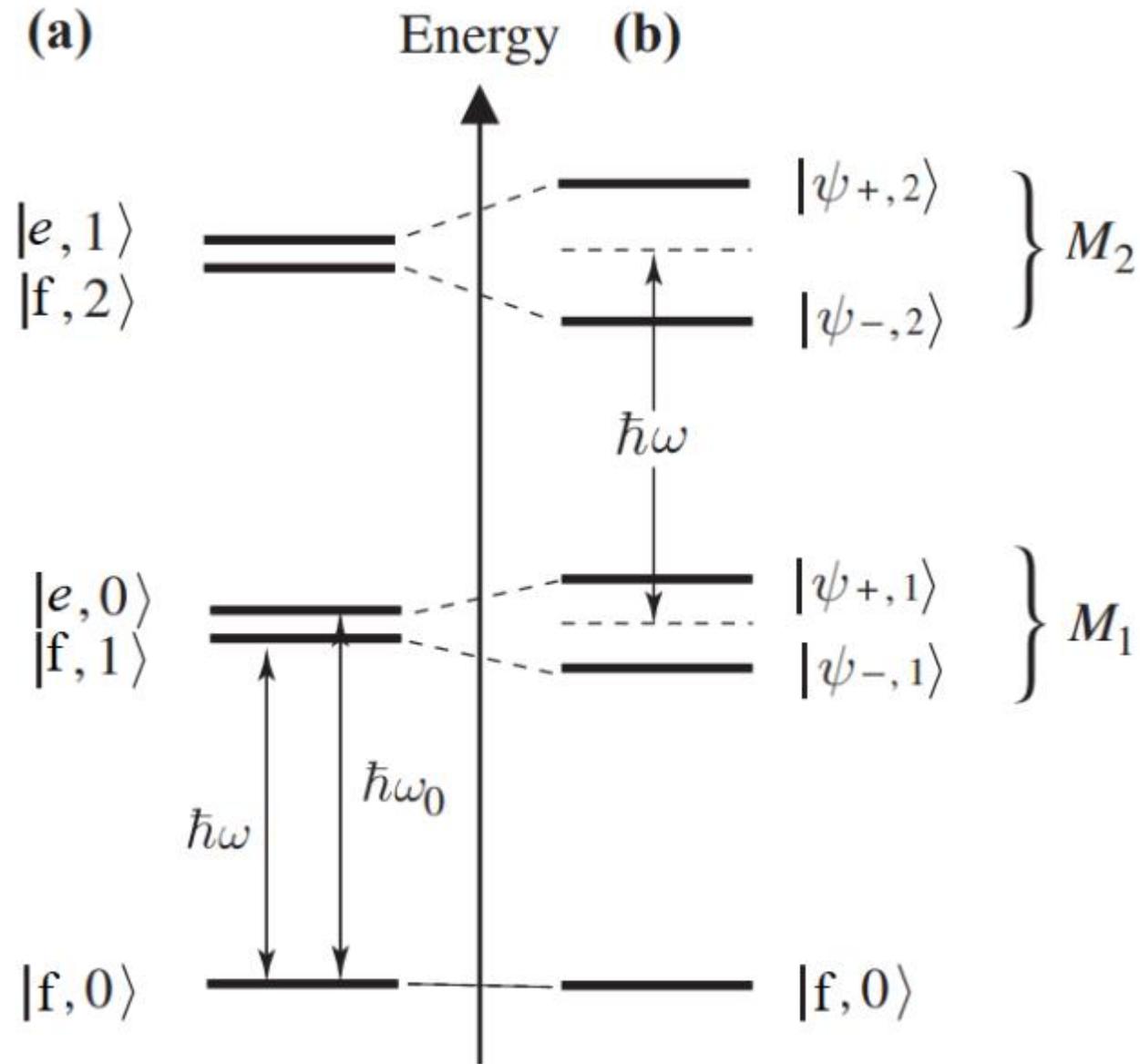
Diagonalização do Hamiltoniano

$$|i, n\rangle = |f\rangle \otimes |n\rangle \text{ ou } |e\rangle \otimes |n\rangle \text{ com } i = f, e; n = 0, 1, \dots$$

$$(\hat{H}_{atom} + \hat{H}_{camp}) |f, n\rangle = \hbar n \omega |f, n\rangle$$

$$(\hat{H}_{atom} + \hat{H}_{camp}) |e, n\rangle = \hbar(n\omega_0 + n\omega) |e, n\rangle$$

$$|i, n\rangle; \quad i = f, e \\ n = 0, 1, 2, \dots$$



Níveis de energia (a) na ausência e (b) na presença do acoplamento átomo-campo.

$$\hat{H}_{int} = \hbar g(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+ \hat{a})$$

$$\hat{H}_{int} = \hbar \Omega_1^{(1)} (|f\rangle \langle e| + |e\rangle \langle f|)(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$$

Onde $\Omega_1^{(1)}$ é a *single photon Rabi frequency*:

$$\Omega_1^{(1)} = -\frac{2q}{m} \frac{1}{\sqrt{2\hbar\epsilon_0\omega V}} \langle f | \hat{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\epsilon} | e \rangle$$

$$\hat{H}_{int} = \hbar g(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+ \hat{a})$$

$$\hat{H}_{int} = \hbar \Omega_1^{(1)} (|f\rangle \langle e| + |e\rangle \langle f|)(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$$

Onde $\Omega_1^{(1)}$ é a *single photon Rabi frequency*:

$$\Omega_1^{(1)} = -\frac{2q}{m} \frac{1}{\sqrt{2\hbar\epsilon_0\omega V}} \langle f | \hat{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\epsilon} | e \rangle$$

$$\langle f, n | \hat{H}_{int} | e, n' \rangle = \frac{\hbar \Omega_1^{(1)}}{2} [\langle f | f \rangle \langle e | e \rangle + \langle f | e \rangle \langle e | f \rangle] \langle n | (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) | n' \rangle$$

$$n' = n \pm 1$$

$$\langle f, n | \hat{H}_{int} | e, n - 1 \rangle = \frac{\sqrt{n}}{2} \hbar \Omega_1^{(1)}$$

$$|f, n\rangle \quad |e, n - 1\rangle$$



$$\langle f, n | \hat{H}_{int} | e, n + 1 \rangle = \frac{\sqrt{n+1}}{2} \hbar \Omega_1^{(1)}$$

$$\hat{H}_{int} = \frac{\hbar\Omega_1^{(1)}}{2} (|f\rangle \langle e| \hat{a}^\dagger + |e\rangle \langle f| \hat{a})$$

Neste subespaço, o hamiltoniano total assume a forma:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} n\omega & \frac{\Omega_1^{(1)}\sqrt{n}}{2} \\ \frac{\Omega_1^{(1)}\sqrt{n}}{2} & n\omega - \delta \end{bmatrix}$$

$$\hat{H}_{int} = \frac{\hbar\Omega_1^{(1)}}{2} (|f\rangle \langle e| \hat{a}^\dagger + |e\rangle \langle f| \hat{a})$$

Neste subespaço, o hamiltoniano total assume a forma:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} n\omega & \frac{\Omega_1^{(1)}\sqrt{n}}{2} \\ \frac{\Omega_1^{(1)}\sqrt{n}}{2} & n\omega - \delta \end{bmatrix}$$

Os autovalores e autovetores resultantes da diagonalização de tal matriz 2×2 são:

$$E_{\pm,n} = \hbar \left(n\omega - \frac{\delta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{n[\Omega_1^{(1)}]^2 + \delta^2} \right)$$

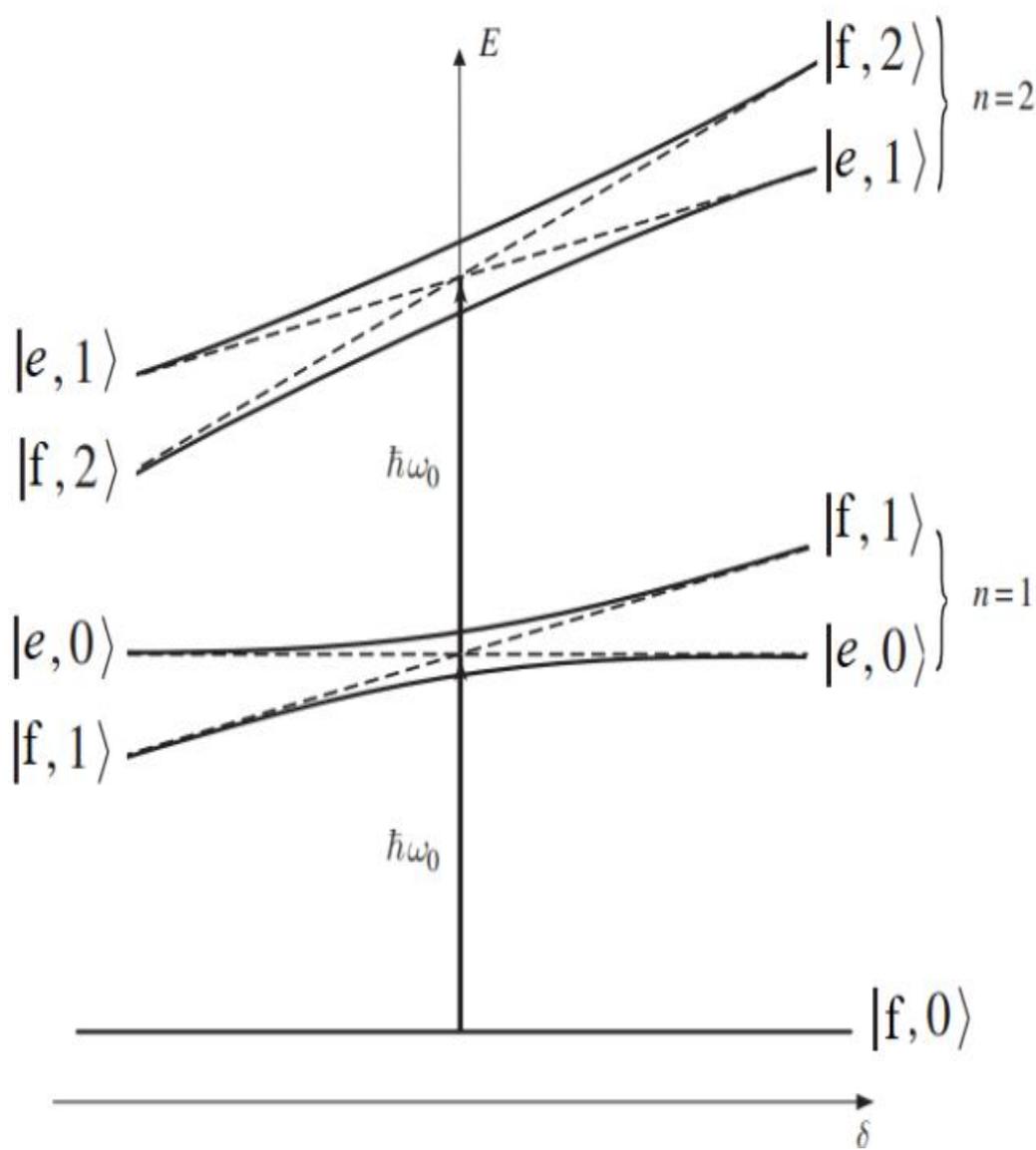
Os correspondentes autovetores são $\psi_{\pm,n}$:

$$|\psi_{+,n}\rangle = \cos \theta |f, n\rangle + \sin \theta_n |e, n-1\rangle$$

$$|\psi_{-,n}\rangle = -\sin \theta |f, n\rangle + \cos \theta_n |e, n-1\rangle$$

E com:

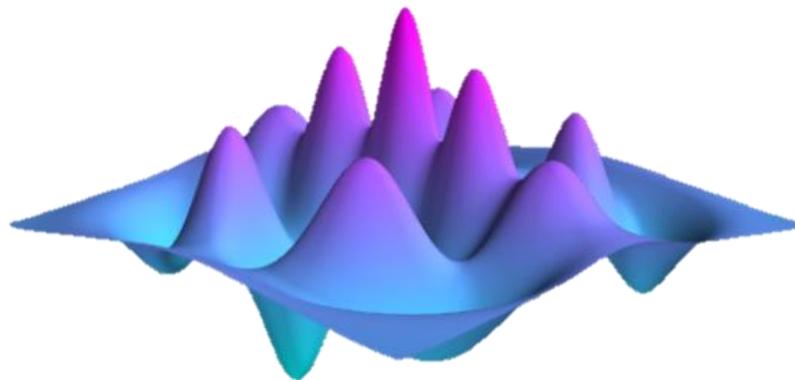
$$\tan 2\theta_n = \frac{\Omega_1^{(1)}\sqrt{n}}{\delta}$$



Mostra a forma dos níveis de energia do sistema de cavidade de átomo acoplado como uma função da dessintonização δ . Em cada duplete, há um cruzamento evitado em torno de $\delta = 0$. Na ressonância ($\delta = 0$) a separação de energia dos dois níveis é $\sqrt{n}\hbar\Omega_1^{(1)}$, e o parâmetro θ_n tem o valor $\pi/4$, então os estados próprios $|\psi_{\pm,n}\rangle$ tome a forma simples:

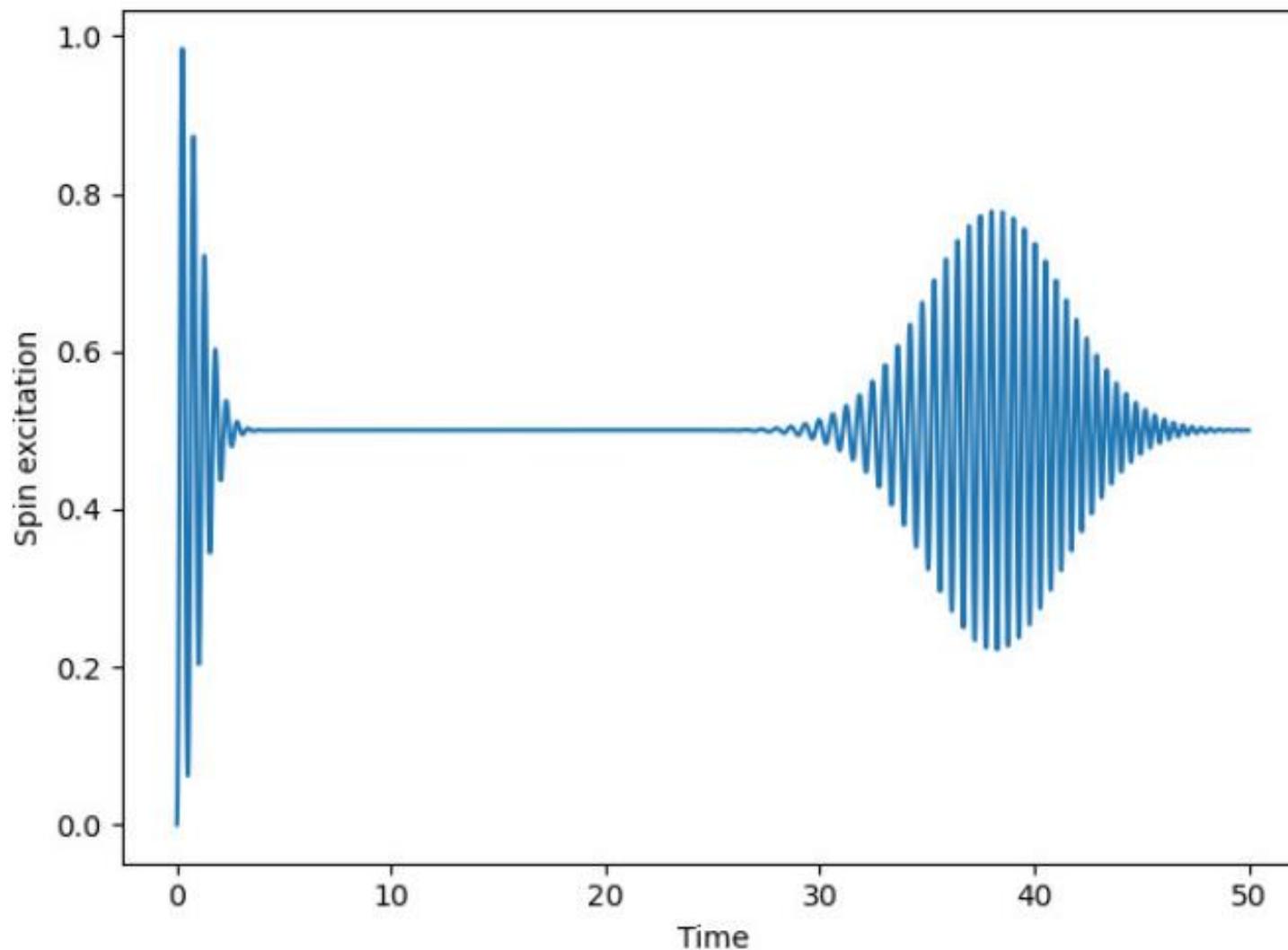
$$|\psi_{\pm,n}(\delta = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\pm |f, n\rangle + |e, n - 1\rangle)$$

Parte inferior do diagrama de nível de energia para o sistema átomo-cavidade acoplado, em função da dessintonização do modo de cavidade a partir da ressonância do átomo livre. As linhas pontilhadas correspondem aos níveis de energia na ausência do termo de interação \hat{H}_{int} .



Seção Prática

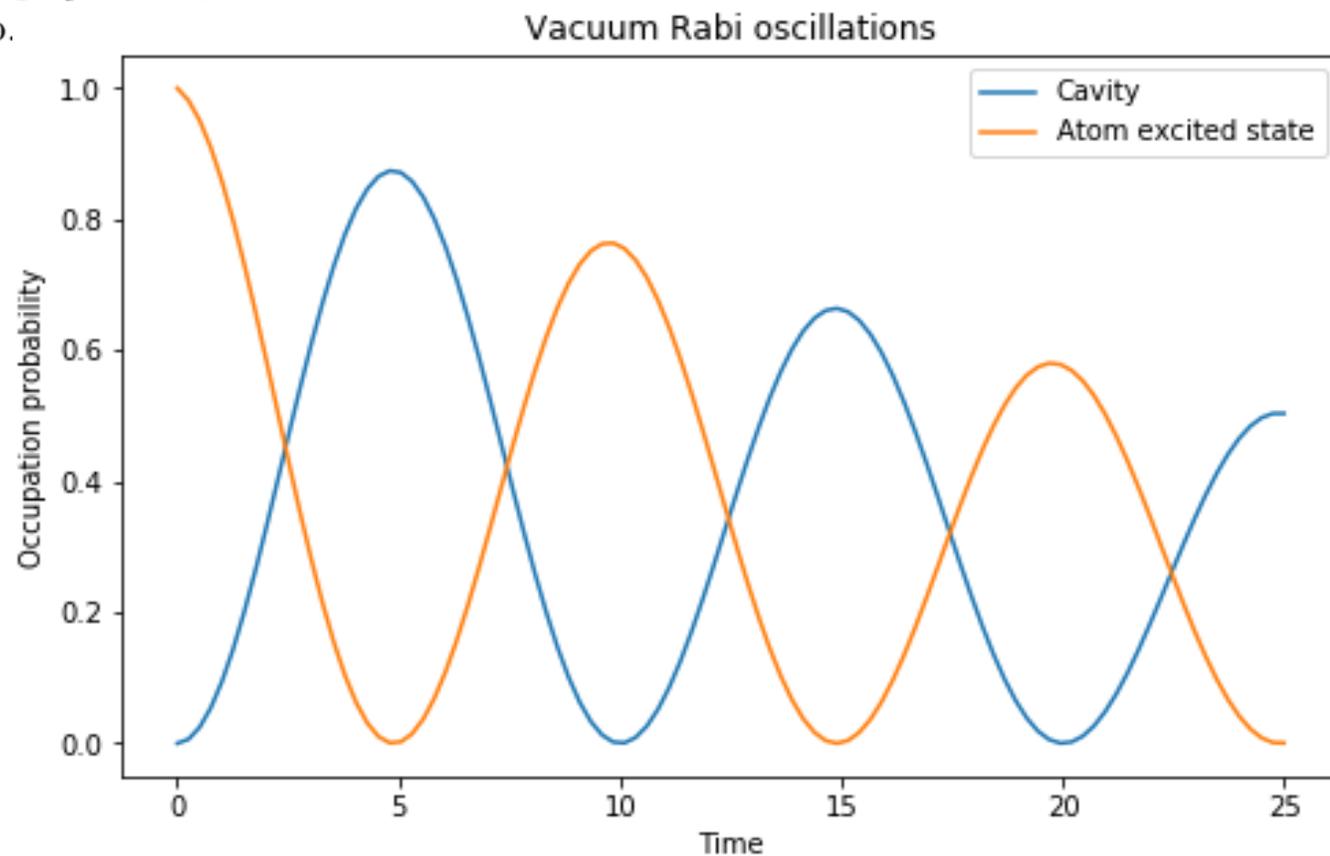
Quantum collapse and revival



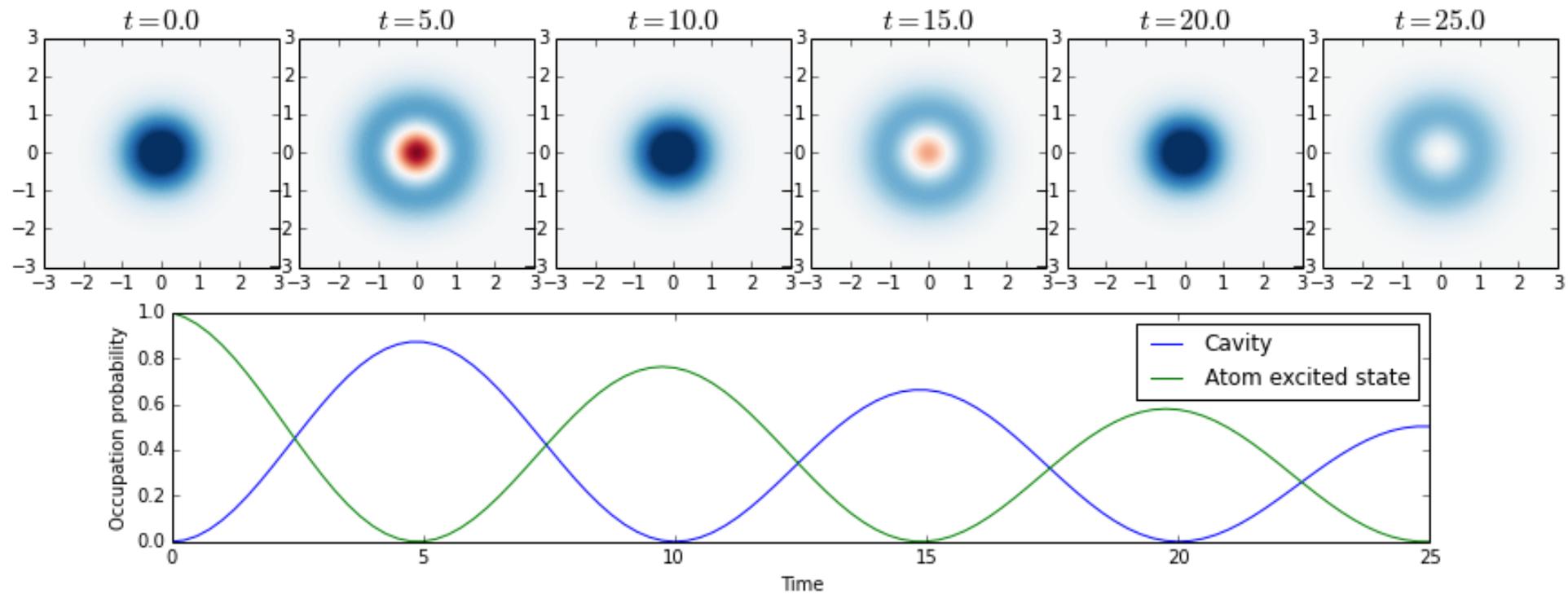
O hamiltoniano de Jaynes-Cummings mostra que a coerência quântica entre os dois níveis atômicos pode desaparecer completamente por longos períodos e reaparecer depois.

Oscilação de Rabi no vacuo

As probabilidades de ocupação dos níveis do sistema JC oscilam com a frequência Ω . Esse processo é chamado de oscilações de Rabi a vácuo. O significado físico é que a emissão espontânea de um fóton pelo átomo no interior de uma cavidade passa a ser um processo reversível, com comportamento oscilatório no tempo, que contrasta fortemente com a emissão espontânea irreversível no espaço livre, com decadência exponencial no tempo.



Oscilação de Rabi no vácuo



Conclusões

Neste artigo fornecer os elementos básicos para a compreensão do modelo Jaynes-Cummings, O significado físico dos componentes do hamiltoniano foi explicado, o hamiltoniano foi derivado de afirmações gerais e os autovalores e autovetores do espaço de Hilbert que descreve o sistema foram calculados. Usamos a ferramenta QuTiP para simulações de fenômenos físicos para melhor compreender o modelo de Jaynes-Cummings.



Muito
Obrigado!

Does anyone have any
questions?



jchacaliaza@usp.br

+55 16 99437 0778



Referencias

1. Jaynes, E. T., & Cummings, F. W. (1963). Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proceedings of the IEEE*, 51(1), 89–109.
2. Greentree, A. D., Koch, J., & Larson, J. (2013). Fifty years of Jaynes–Cummings physics. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 46(22), 220201.
3. Zhao, Q. Y. et al. A nanocryotron comparator can connect single-flux-quantum circuits to conventional electronics. *Superconductor Science and Technology* 30.4 (2017).
4. Niemczyk, T. et al. Circuit quantum electrodynamics in the ultrastrong-coupling regimes. *Nature Physics* 6.10 (2010).
5. Lee, J. et al. Demonstration of the Jaynes-Cummings ladder with Rydberg-dressed atoms. *Physical Review A* 95.4 (2017).